

Εισηγητής: Παναγιωτίδης Γιώργος

Ημερομηνία: 15/2/26

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ: ΚΡΟΥΣΕΙΣ – Α.Α.Τ.

THEMA 1º

1. Σε καθεμιά από τις ακόλουθες προτάσεις να επιλέξετε το σωστό.

Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A , περίοδο T και την $t=0$ περνά από τη θέση ισορροπίας. Τότε:

- i.** Το διάστημα που διανύει σε μια περίοδο είναι:
- α. A , β. $2A$,
γ. $4A$, δ. μηδέν
- ii.** Το χρονικό διάστημα για απευθείας μετάβαση από τη θέση ισορροπίας στην ακραία θέση για δεύτερη φορά είναι:
- α. T , β. $T/2$,
γ. $T/4$, δ. $3T/4$
- iii.** Το χρονικό διάστημα για απευθείας μετάβαση από τη θέση ισορροπίας στην θέση $A/2$ για πρώτη φορά είναι:
- α. $T/4$, β. $T/2$,
γ. $T/8$, δ. Τίποτα απ' όλα αυτά

Μονάδες 7

2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A . Αν τετραπλασιάσουμε το πλάτος τότε:

- α. Η ενέργεια ταλάντωσης τετραπλασιάζεται.
β. Η μέγιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας δεκαεξαπλασιάζεται.
γ. Η σταθερά επαναφοράς τετραπλασιάζεται.
δ. Η περίοδος διπλασιάζεται.

Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι η σωστή;

Μονάδες 6

3. Σφαίρα Α που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με άλλη όμοια, αλλά ακίνητη σφαίρα Β που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι:

- α. η μισή της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.
- β. διπλάσια από την κινητική ενέργεια της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.
- γ. τετραπλάσια από την κινητική ενέργεια της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.
- δ. ίση με την κινητική ενέργεια της σφαίρας Α, πριν από την κρούση.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 7

4. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και συχνότητας f. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- α. Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος υπολογίζεται από την σχέση $v_{\max} = 2\pi fA$.
- β. Η φάση της ταλάντωσης γίνεται ίση με μηδέν κάθε φορά που το σώμα φτάνει στη θέση ισορροπίας.
- γ. Η δύναμη που δέχεται το σώμα όταν διέρχεται από τη θέση $x_1 = + A/2$ έχει διπλάσιο μέτρο από τη δύναμη που δέχεται το σώμα όταν διέρχεται από τη θέση $x_2 = - A$.
- δ. Η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος είναι μέγιστη κάθε φορά που το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του.
- ε. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης μεταβάλλεται με συχνότητα f.

Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. πλάτους Α και κυκλικής συχνότητας ω. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι v_0 και του μέτρου της επιτάχυνσής του a_0 . Αν x, v, a είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του Σ αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

α) $v^2 = \omega (A^2 - x^2)$ β) $x^2 = \omega^2 (a_0^2 - a^2)$ γ) $a^2 = \omega^2 (v_0^2 - v^2)$

Μονάδες 3

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2. Δύο σώματα Α και Β με μάζες 2 kg και 3 kg αντίστοιχα κινούνται με ταχύτητες μέτρων 4 m/s και 2 m/s αντίστοιχα, σε κάθετες διευθύνσεις. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που προκύπτει μετά την κρούση είναι:

- α. 5 J
 β. 10 J
 γ. 20 J

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 3

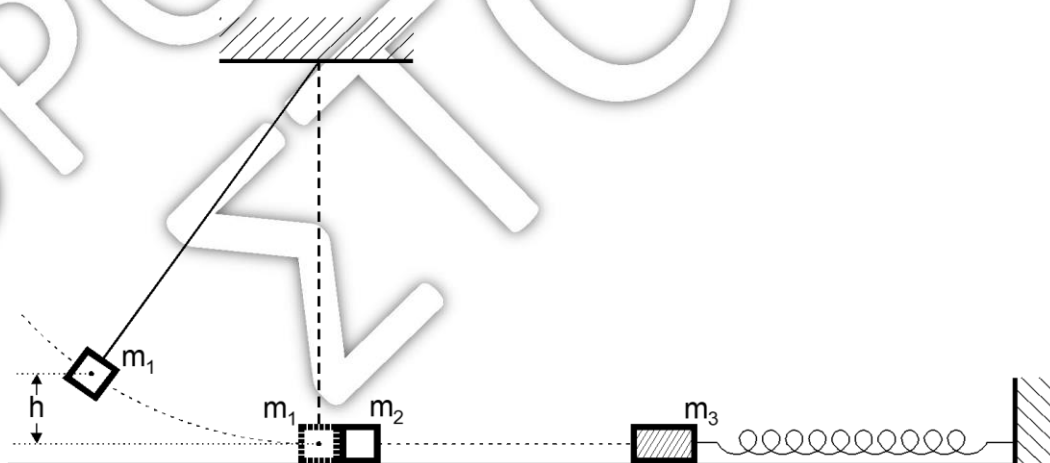
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 11

ΘΕΜΑ 3^ο

Σώμα μάζας $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ που είναι προσδεμένο στο άκρο τεντωμένου νήματος αφήνεται ελεύθερο από ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το νήμα βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2 \text{ m/sec}$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 , όπου $m_2 = m_1$.

Το σώμα μάζας m_2 , μετά την σύγκρουση, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα μάζας $m_3 = 0,7 \text{ kg}$. Το σώμα μάζας m_3 είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος μάζας m_2 . Να θεωρήσετε αμελητέα τη χρονική διάρκεια των κρούσεων και τη μάζα του νήματος.



Να υπολογίσετε:

- α. το ύψος h από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το σώμα μάζας m_1 .

Μονάδες 5

- β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 , με την οποία προσκρούει στο σώμα μάζας m_3 .

Μονάδες 5

- γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα που προέκυψε από την πλαστική κρούση.

Μονάδες 7

- δ. το μέτρο της ορμής του συσσωματώματος μετά από χρόνο $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$ από τη χρονική στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται.

Μονάδες 8

Δίνονται: $g = 10 \text{ ms}^{-2}$, $\text{syn} \frac{\pi}{3} = 0,5$.

ΘΕΜΑ 4^ο

Βλήμα μάζας $m = 0,1 \text{ kg}$ εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $v_0 = 100 \text{ m/s}$ και συγκρούεται με αρχικά ακίνητο κομμάτι ξύλου μάζας $M = 4 \text{ kg}$, που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συνδέεται με κατακόρυφο τοίχο διαμέσου οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 400 \text{ N/m}$. Το ελατήριο αρχικά δεν έχει υποστεί καμία παραμόρφωση. Το βλήμα διαπερνά το κομμάτι ξύλου και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα v . Αν η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου είναι $0,1 \text{ m}$, να υπολογίσετε:

- A) Το μέτρο της ταχύτητας v .

Μονάδες 5

- B) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

Μονάδες 6

- Γ) τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας του κομματιού ξύλου μετά την κρούση θεωρώντας θετική φορά αυτήν της αρχικής ταχύτητας v_0 του βλήματος.

Μονάδες 6

- Δ) την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κομματιού ξύλου όταν αυτό περνά από τη θέση $x = -0,05 \text{ m}$.

Μονάδες 8

Καλή Επιτυχία

**ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΥΓΕΙΑΣ Γ' ΤΑΞΗΣ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΛΥΣΕΙΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ: ΚΡΟΥΣΕΙΣ – Α.Α.Τ.

ΘΕΜΑ 1^ο

1. i. γ
ii. β
iii. δ
2. β
3. α.
4. α. Σ
β. Λ.
γ. Λ
δ. Λ
ε. Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Σωστή απάντηση η (γ)

Λόγω α.α.τ. ισχύει: $E = K + U$ ή

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2 \text{ ή } DA^2 = mv^2 + Dx^2$$

και επειδή $D = m\omega^2$, $m\omega^2 A^2 = mv^2 + m\omega^2 x^2$ ή $\omega^2 A^2 = v^2 + \omega^2 x^2$

και επειδή $v_{\max} = \omega A = v_0$, $v_0^2 = v^2 + \omega^2 x^2$ ή πολλαπλασιάζοντας με ω^2

$$\omega^2 v_0^2 = \omega^2 v^2 + \omega^4 x^2$$

Όμως: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ και $a = -\omega^2 A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

δηλαδή $a = -\omega^2 x$ ή $a^2 = \omega^4 x^2$

Άρα: $\omega^2 v_0^2 = \omega^2 v^2 + a^2$ ή $a^2 = \omega^2 (v_0^2 - v^2)$

2. Σωστή απάντηση η (β)

Αναλύοντας την ταχύτητα του συσσωματώματος u_x σε δύο κάθετες συνιστώσες u_x , u_y και εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. για κάθε άξονα ξεχωριστά, έχουμε:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_x \text{ ή } m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \vec{v}_x \text{ ή } 8 = 5 \vec{v}_x \text{ ή } v_x = 1,6 \text{ m/s και}$$

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_y \text{ ή } m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_y \text{ ή } 6 = 5 \vec{v}_y \text{ ή } v_y = 1,2 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζοντας το Π.Θ., έχουμε:

$$v_x = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1,6^2 + 1,2^2} = \sqrt{2,56 + 1,44} = \sqrt{4} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{Άρα: } K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_x^2 = \frac{1}{2} (2 + 3) 2^2 = 10 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

- α. Λόγω Α.Δ.Μ.Ε. για το Σ_1 από τη στιγμή που αφήνεται μέχρι λίγο πριν την κρούση με το Σ_2 , ισχύει:

$$E = E' \text{ ή } K + U = K' + U' \text{ ή } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h \text{ ή } h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ m}$$

- β. Λόγω κεντρικής και ελαστικής κρούσης ίσων μαζών με ακίνητο Σ_2 ($v_2=0$), τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες και έτσι το Σ_1 αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται ενώ, το Σ_2 ξεκινά να κινείται με ταχύτητα $v_2' = v_1 = 2 \text{ m/s}$. Λόγω λείου οριζώντιου επιπέδου το Σ_2 εκτελεί Ε.Ο.Κ. και συνεπώς προσκρούει στο ακίνητο Σ_3 με αυτή την ταχύτητα.

- γ. Λόγω Α.Δ.Ο. κατά την πλαστική κρούση του Σ_2 με το ακίνητο Σ_3 , ισχύει:

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_\Sigma \text{ ή } m_2 \vec{v}_2' = (m_3 + m_2) \vec{v}_{\sigma\sigma\sigma} \text{ ή } 0,2 = 0,8 v_{\sigma\sigma\sigma} \text{ ή } v_{\sigma\sigma\sigma} = 0,25 \text{ m/s}$$

Λόγω κρούσης στο Φ.Μ., που λόγω οριζώντιου ελατηρίου ταυτίζεται με τη Θ.Ι., η παραπάνω ταχύτητα είναι η μέγιστη που θα έχει το συσσωμάτωμα κατά την α.α.τ. που θα εκτελέσει. Άρα:

$$v_{\sigma\sigma\sigma} = v_{\max} \text{ ή } v_{\sigma\sigma\sigma} = \omega A \text{ ή } v_{\sigma\sigma\sigma} = \frac{2\pi}{T} A \text{ ή } A = \frac{v_{\sigma\sigma\sigma}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{v_{\sigma\sigma\sigma}}{2\pi} T = \frac{v_{\sigma\sigma\sigma}}{2\pi} 2\pi \sqrt{\frac{m_3 + m_2}{k}} = v_{\Sigma} \sqrt{\frac{m_3 + m_2}{k}} = 0,25 \sqrt{\frac{0,8}{20}} \text{ ή } A = 0,05 \text{ m}$$

- δ. Το συσσωμάτωμα ξεκινά την α.α.τ. του από τη Θ.Ι. με θετική ταχύτητα και συνεπώς η ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση. Άρα, για την ορμή του κάθε στιγμή θα ισχύει:

$$p_{\sigma\sigma\sigma} = (m_3 + m_2) v_{\sigma\sigma\sigma} = (m_3 + m_2) \omega A \sin(\omega t) = (m_3 + m_2) \frac{2\pi}{T} A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \text{ ή } p_{\sigma\sigma\sigma} = (m_3 + m_2) \sqrt{\frac{k}{m_3 + m_2}} A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m_3 + m_2}} t\right) \text{ ή για } t = \pi/15 \text{ s}$$

$$p_{\sigma\sigma\sigma} = 0,8 \sqrt{\frac{20}{0,8}} 0,05 \sin\left(\sqrt{\frac{20}{0,8}} \frac{\pi}{15}\right) = 0,2 \sin \frac{\pi}{3} = 0,1 \text{ kgm/s}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Α) Λόγω κρούσης στο Φ.Μ., που λόγω οριζώντιου ελατηρίου ταυτίζεται με τη Θ.Ι., η ταχύτητα του κομματιού ξύλου αμέσως μετά την κρούση είναι η μέγιστη που θα έχει κατά την α.α.τ. που θα εκτελέσει. Επίσης, η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου $\Delta l_{\max}$ ταυτίζεται με το πλάτος A της ταλάντωσης αυτής. Άρα:

$$v_{\Sigma} = v_{\max} \text{ ή } v_{\Sigma} = \omega A \text{ ή } v_{\Sigma} = \frac{2\pi}{T} A \text{ ή } v_{\Sigma} = \sqrt{\frac{k}{M}} A = \sqrt{\frac{400}{4}} 0,1 = 1 \text{ m/s}$$

Λόγω Α.Δ.Ο. κατά την κρούση, ισχύει: $\vec{p}_{\beta} + \vec{p}_{\Sigma} = \vec{p}_{\beta'} + \vec{p}_{\Sigma'}$

και επειδή το κομμάτι ξύλου είναι αρχικά ακίνητο,

$$\vec{p}_{\beta} = \vec{p}_{\beta'} + \vec{p}_{\Sigma'} \text{ ή } m \vec{v}_0 = m \vec{v} + M \vec{v}_{\Sigma} \text{ και επειδή } M=40m,$$

$$m \vec{v}_0 = m \vec{v} + 40m \vec{v}_{\Sigma} \text{ ή } \vec{v}_0 = \vec{v} + 40 \vec{v}_{\Sigma} \text{ ή } v = v_0 + 40 v_{\Sigma} \text{ ή } v = v_0 - 40 v_{\Sigma} \text{ ή } v = 100 - 40 = 60 \text{ m/s}$$

Β) Ισχύει: $\Pi = \frac{Q}{K_{\pi\rho\nu}} 100\%$ ή λόγω Α.Δ.Ε. κατά την κρούση: $\Pi = \frac{K_{\pi\rho\nu} - K_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\pi\rho\nu}} 100\%$ ή

$$\Pi = \left(1 - \frac{K_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\pi\rho\nu}}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{K'_{\beta} + K'_{\Sigma}}{K_{\beta}}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{K'_{\beta} + K'_{\Sigma}}{K_{\beta}}\right) 100\%$$

$$\Pi = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv_{\Sigma}^2}{\frac{1}{2}mv_0^2}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{mv^2 + Mv_{\Sigma}^2}{mv_0^2}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{mv^2 + 40mv_{\Sigma}^2}{mv_0^2}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{v^2 + 40v_{\Sigma}^2}{v_0^2}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{60^2 + 40}{100^2}\right) 100\% \text{ ή } \Pi = \left(1 - \frac{3640}{10000}\right) 100\% \text{ ή}$$

$$\Pi = \left(1 - \frac{364}{1000}\right) 100\% = (1 - 0,364) 100\% = 0,636 100\% \text{ ή } \Pi = 63,6\%$$

Γ) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το κομμάτι ξύλου ξεκινά την ταλάντωση του από την θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα δεξιά (θεωρούμε θετική φορά τη φορά προς τα δεξιά), οπότε η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι $\varphi_0 = 0$. Άρα η εξίσωση της ταχύτητας του κομματιού ξύλου σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$v_{\Sigma} = \omega A \sin(\omega t) = \frac{2\pi}{T} A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = \sqrt{\frac{k}{M}} A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{M}} t\right) = \sqrt{\frac{400}{4}} 0,1 \sin\left(\sqrt{\frac{400}{4}} t\right)$$

$$\text{ή } v_{\Sigma} = 10 0,1 \sin(10t) = 1 \sin(10t) \text{ ή}$$

$$v_{\Sigma} = \sin(10t) \text{ (S.I.)}$$

Δ) Ισχύει: $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta(\Sigma W)}{\Delta t} = \frac{\Delta(\Sigma F x)}{\Delta t} = \Sigma F \frac{\Delta x}{\Delta t} = \Sigma F v = -kxv$ ή $\frac{|\Delta K|}{\Delta t} = kxv$ (1)

Λόγω α.α.τ. ισχύει: $E = K + U$ ή $\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dx^2$ ή $DA^2 = mv^2 + Dx^2$

και επειδή $D = m\omega^2$, $m\omega^2 A^2 = mv^2 + m\omega^2 x^2$ ή $\omega^2 A^2 = v^2 + \omega^2 x^2$ ή

$$v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2 \text{ ή } v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) \text{ ή } v = \sqrt{\omega^2 (A^2 - x^2)} \text{ ή}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (A^2 - x^2)} \text{ ή } v = \sqrt{\frac{k}{M} (A^2 - x^2)} = \sqrt{\frac{k}{M} (A^2 - x^2)} \text{ ή}$$

$$v = \sqrt{\frac{400}{4} (0,01 - 0,0025)} = \sqrt{100(0,01 - 0,0025)} = \sqrt{1 - 0,25} \text{ ή}$$

$$v = \sqrt{0,75} = \sqrt{3 \cdot 0,25} = 0,5\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

Άρα, η σχέση (1) δίνει: $\frac{|\Delta K|}{\Delta t} = kxv = 400 \cdot 0,05 \cdot 0,5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \text{ J/s}$