

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Εισηγητής: Παπαδάκης Γιώργος

Ημερομηνία: 15/02/2026

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη τότε σχηματίζουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες τους ίσες.
- β.** Οι διαγώνιοι παραλληλογράμμου είναι ίσες.
- γ.** Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο οι οξείες γωνίες του είναι συμπληρωματικές.
- δ.** Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός κυρτού n -γώνου είναι 2 ορθές.
- ε.** Από σημείο εκτός ευθείας μπορούμε να φέρουμε τουλάχιστον μία παράλληλη προς την ευθεία.

Μονάδες 10

A2. α. Να αναφέρετε πέντε τρόπους για να αποδείξουμε ότι ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 4

- β.** Να αναφέρετε πέντε τρόπους για να αποδείξουμε ότι δύο ευθείες είναι παράλληλες.

Μονάδες 4

A3. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και φέρνουμε τις διχοτόμους BB' και $\Gamma\Gamma'$ των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα. Από την κορυφή A φέρνουμε παράλληλες στις BB' και $\Gamma\Gamma'$, που τέμνουν την πλευρά $B\Gamma$ (την προέκτασή της) στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

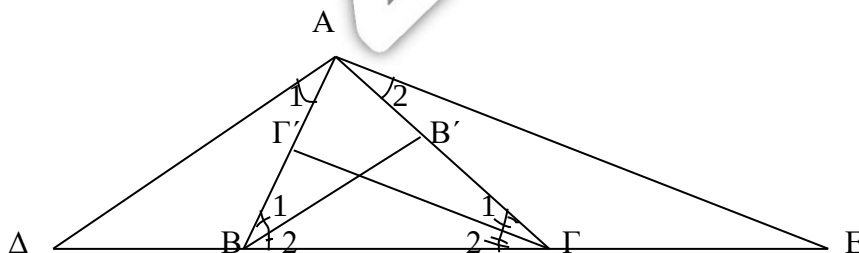
Να αποδείξετε ότι:

- α)** Τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\epsilon\Gamma$ είναι ισοσκελή.

Μονάδες 15

- β)** η ΔE είναι ίση με την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

Μονάδες 10



ΘΕΜΑ Γ

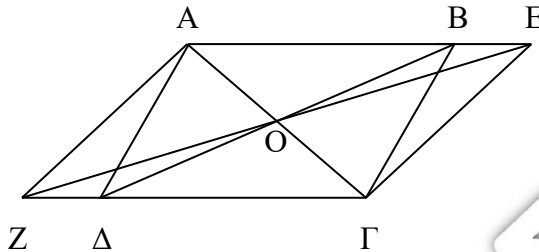
Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Προεκτείνουμε τις πλευρές AB και $\Gamma\Delta$ κατά τμήματα BE και ΔZ αντίστοιχα ώστε $BE = \Delta Z$. Να αποδείξετε ότι :

- $\hat{Z}\hat{A}\hat{\Delta} = \hat{B}\hat{\Gamma}\hat{E}$
- $ZO = OE$ (όπου O το σημείο τομής των $A\Gamma$, $B\Delta$)
- Οι $A\Gamma$, $B\Delta$, ZE διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Μονάδες 8

Μονάδες 9

Μονάδες 8



ΘΕΜΑ Δ

Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι $A\Gamma = AB$. Συνδέουμε την κορυφή A με το μέσο M της $B\Gamma$ και προεκτείνουμε την AM κατά τμήμα $ME = AM$.

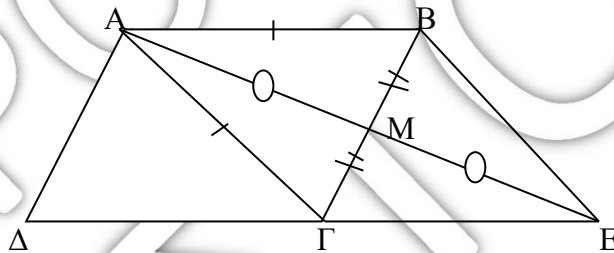
Να αποδείξετε ότι :

- $AM \perp B\Gamma$.
- τα σημεία Δ , Γ , E είναι συνευθειακά.
- το Γ είναι το μέσο της ΔE .

Μονάδες 8

Μονάδες 9

Μονάδες 8



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

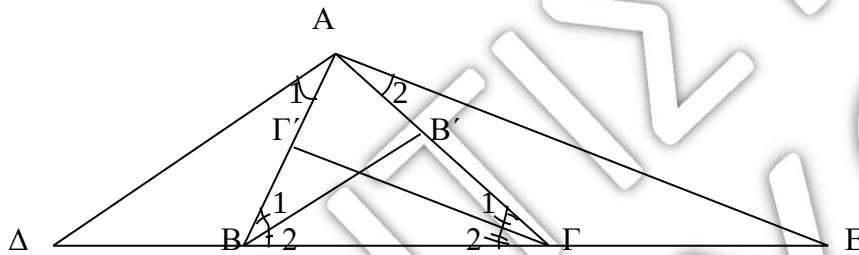
ΘΕΜΑ Α

- A1.** α. Σ
β. Λ
γ. Σ
δ. Λ
ε. Λ

- A2.** α. Σχολ. σελ.103
β. Σχολ. σελ.80,81

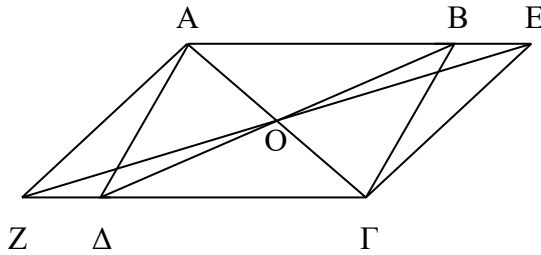
- A3.** Σχολ. σελ.88

ΘΕΜΑ Β



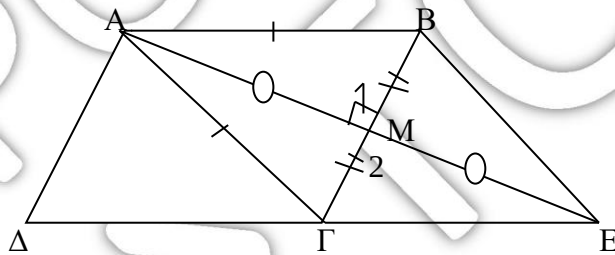
- α)** Έχουμε $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$ ως εντός εναλλάξ των $AD//BB'$ με τέμνουσα AB
και $\hat{B}_2 = \hat{A}$ ως εντός, εκτός και επί τα αυτά των $AD//BB'$ με τέμνουσα AB
αλλά $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$ γιατί BB' διχοτόμος της $\hat{B}$
άρα $\hat{A} = \hat{A}_1$, οπότε το τρίγωνο ADB είναι ισοσκελές
Ομοίως
 $\hat{G}_1 = \hat{A}_2$ ως εντός εναλλάξ των $AE//GG'$ με τέμνουσα AG
και $\hat{G}_2 = \hat{E}$ ως εντός, εκτός και επί τα αυτά των $AE//GG'$ με τέμνουσα GE
αλλά $\hat{G}_1 = \hat{G}_2$ γιατί GG' διχοτόμος της $\hat{G}$
άρα $\hat{E} = \hat{A}_2$, οπότε το τρίγωνο AEG είναι ισοσκελές
- β)** Ισχύει $DB=AB$ και $AG=GE$ (από το α ερώτημα)
Οπότε $DE=DB+BG+GE=AB+BG+AG=$ περίμετρος του τριγώνου ABG .

ΘΕΜΑ Γ



- α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΖΔ και ΒΓΕ
Έχουν i) $ΑΔ=ΒΓ$ ($ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο)
ii) $ΖΔ=ΒΕ$ (υπόθεση)
iii) $\hat{ΑΔΖ} = \hat{ΓΒΕ}$ (ως παραπληρωματικές ίσων γωνιών)
οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα (ΠΓΠ) και $\hat{ΖΑΔ} = \hat{ΒΓΕ}$.
- β) Έχουμε $ΑΕ=ΑΒ+ΒΕ=ΔΓ+ΔΖ=ΓΖ$
και $ΑΕ//ΓΖ$
Δηλαδή $ΑΕ=ΓΖ$ οπότε το $ΑΕΓΖ$ είναι παραλληλόγραμμο
Οι ΖΕ και ΑΓ είναι διαγώνιοι του $ΑΕΓΖ$, άρα διχοτομούνται
Συνεπώς $ΖΟ=ΟΕ$.
- γ) Το $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο άρα οι διαγώνιοι του ΑΓ, ΒΔ διχοτομούνται,
έστω στο Ο.
Το $ΑΕΓΖ$ είναι παραλληλόγραμμο άρα οι διαγώνιοι του ΑΓ, ΖΕ διχοτομούνται,
πάλι στο Ο γιατί έχει κοινή διαγώνιο την ΑΓ με το $ΑΒΓΔ$.
Συνεπώς οι ΑΓ, ΒΔ, ΖΕ διέρχονται από το ίδιο σημείο το Ο.

ΘΕΜΑ Δ



- α) Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές ($ΑΓ=ΑΒ$) και η ΑΜ είναι διάμεσός του, άρα
θα είναι και ύψος του. Οπότε $ΑΜ \perp ΒΓ$.
- β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΓΜΕ
Έχουν i) $\hat{Μ}_1 = \hat{Μ}_2 = 90^\circ$
ii) $ΜΕ=ΑΜ$ (υπόθεση)
iii) $ΒΜ=ΜΓ$ (υπόθεση)
οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $\hat{ΜΓΕ} = \hat{ΑΒΜ}$
Άρα $\hat{ΔΓΕ} = \hat{ΔΓΒ} + \hat{ΜΓΕ} = \hat{ΔΓΒ} + \hat{ΑΒΜ} = 180^\circ$
Συνεπώς τα σημεία Δ, Γ, Ε είναι συνευθειακά.

- γ) Το ΑΒΕΓ είναι παραλληλόγραμμο γιατί οι διαγώνιοι του ΑΕ , ΒΓ διχοτομούνται
άρα $AB=ΓΕ$.
Επίσης $AB=ΔΓ$ γιατί το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο
Συνεπώς $ΔΓ=ΓΕ$, δηλαδή το Γ είναι το μέσο της ΔΕ.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΣΤΟΧΟΣ