

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**

Εισηγητής: Παπαδάκης Γιώργος

Ημερομηνία: 9/11/2025

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Αν δύο χορδές ενός κύκλου είναι ίσες τότε και τα αποστήματά τους είναι ίσα.
 - β.** Το ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διχοτόμος της γωνίας της κορυφής.
 - γ.** Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν δύο πλευρές ίσες είναι πάντοτε ίσα.
 - δ.** Η διάμεσος ενός τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ίσα τρίγωνα .
 - ε.** Υπάρχει τρίγωνο με πλευρές αμβλυγώνιο και ισοσκελές.

Μονάδες 10

- A2.** Ποια είναι η χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος;

Μονάδες 4

- A3.** Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές και ποια ως προς τις γωνίες;

Μονάδες 3

- A4.** Να αποδείξετε ότι κάθε σημείο της διχοτόμου μίας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται γωνία χAy και η διχοτόμος της $A\delta$, από τυχαίο σημείο B της Ay φέρνουμε κάθετη στη διχοτόμο, η οποία τέμνει την $A\delta$ στο Δ και την $A\chi$ στο Γ .
Να αποδείξετε ότι:

- α)** Τα τμήματα AB και $A\Gamma$ είναι ίσα.

Μονάδες 12

- β)** Ένα τυχαίο σημείο E της $A\delta$ ισαπέχει από τα B και Γ .

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ Γ

Σε σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ φέρνουμε τη διάμεσο $A\Delta$ και την προεκτείνουμε κατά τμήμα $A\Delta = \Delta E$. Στη συνέχεια φέρνουμε το ύψος AH και στην προέκτασή του παίρνουμε τμήμα $HZ = HA$. Να αποδείξετε ότι:

- α)** $\hat{A}\Gamma B = \hat{B}\Gamma Z$.

Μονάδες 9

- β)** τα τρίγωνα $B\Delta E$ και $A\Delta\Gamma$ είναι ίσα.

Μονάδες 9

- γ)** αν O είναι το σημείο τομής των BE και ΓZ , τότε το τρίγωνο $BO\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και στην πλευρά $B\Gamma$ τα σημεία Δ και E τέτοια ώστε $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$. Προεκτείνουμε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta K = A\Delta$ και την AE κατά τμήμα $E\Lambda = AE$. Να αποδείξετε ότι:

α) $AB = KE$

Μονάδες 6

β) $\Lambda E = BK$

Μονάδες 6

γ) $\Gamma\Lambda = \Delta K$

Μονάδες 6

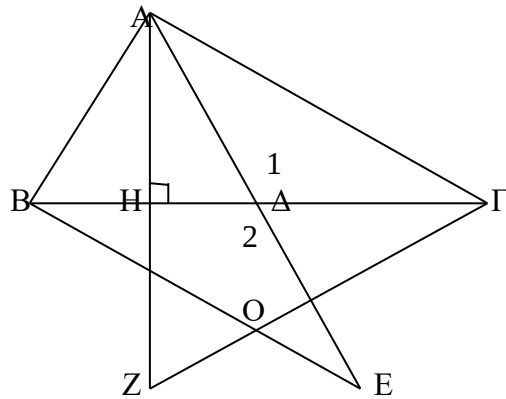
δ) τα σημεία K και Λ ισαπέχουν από τη $B\Gamma$.

Μονάδες 7

Ευχές για επιτυχία

- α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ
Έχουν i) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 90^\circ$
ii) ΑΔ κοινή πλευρά
iii) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (Αδ διχοτόμος)
οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και ΑΒ = ΑΓ
- β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΕΒΔ και ΕΓΔ
Έχουν i) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 90^\circ$
ii) ΕΔ κοινή πλευρά
iii) ΒΔ=ΔΓ (από την (α) σύγκριση)
οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και ΕΒ = ΕΓ

ΘΕΜΑ Γ



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΗΓ και ΓΖΗ

Έχουν i) $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

ii) ΗΓ κοινή πλευρά

iii) ΑΗ=ΖΗ (υπόθεση)

οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $\hat{A}\hat{G}B = \hat{B}\hat{G}Z$ (1)

β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΑΔΓ

Έχουν i) ΑΔ=ΔΕ (υπόθεση)

ii) $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$ (ως κατακορυφήν)

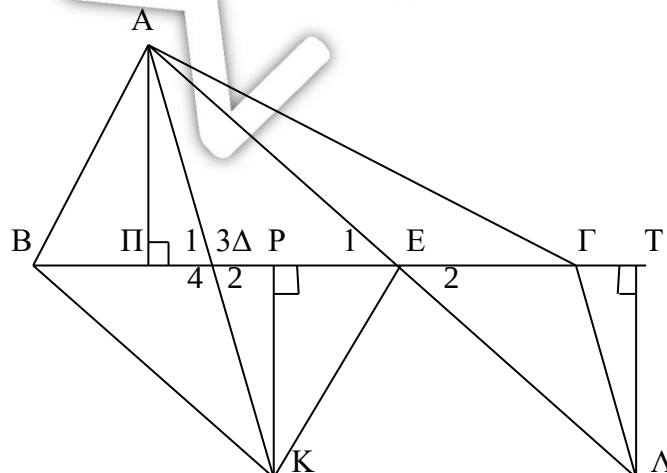
iii) ΒΔ=ΔΓ (ΑΔ διάμεσος)

οπότε τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΑΔΓ είναι ίσα και $\hat{A}\hat{G}B = \hat{G}\hat{B}E$ (2)

γ) Από (1) και (2) προκύπτει ότι $\hat{B}\hat{G}Z = \hat{G}\hat{B}E$

Άρα το τρίγωνο ΒΟΓ είναι ισοσκελές.

ΘΕΜΑ Δ



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΔΑ και ΔΕΚ

Έχουν i) $BD=DE$ (υπόθεση)

ii) $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$ (ως κατακορυφήν)

iii) $AD=DK$ (υπόθεση)

οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $AB=KE$

β) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $E\Delta A$ και ΔBK

Έχουν i) $BD=DE$ (υπόθεση)

ii) $\hat{\Delta}_3 = \hat{\Delta}_4$ (ως κατακορυφήν)

iii) $AD=DK$ (υπόθεση)

οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $AE=BK$ και επειδή από υπόθεση $AE=LE$, θα ισχύει $LE=BK$

γ) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $E\Gamma A$ και ΔEA

Έχουν i) $AE=EA$ (υπόθεση)

ii) $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ (ως κατακορυφήν)

iii) $ED=EG$ (υπόθεση)

οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $EA=AD$ και επειδή από υπόθεση $AD=DK$, θα ισχύει $EA=DK$

δ) Φέρουμε τις AP , KP , LT κάθετες στη $B\Gamma$.

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΔAP και ΔPK

Έχουν i) $\hat{P} = \hat{P} = 90^\circ$

ii) $AD=DK$ (υπόθεση)

iii) $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$ (ως κατακορυφήν)

οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $AP = KP$ (1)

Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $E\Delta T$ και ΔPE

Έχουν i) $\hat{T} = \hat{T} = 90^\circ$

ii) $AE=EA$ (υπόθεση)

iii) $\hat{E}_1 = \hat{E}_2$ (ως κατακορυφήν)

οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα και $AP = LT$ (2)

Από (1) και (2) προκύπτει ότι $KP=LT$ δηλαδή τα σημεία K και L ισαπέχουν από τη $B\Gamma$.